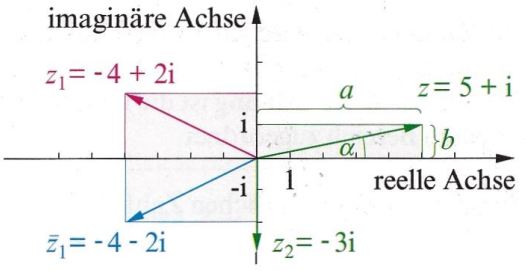
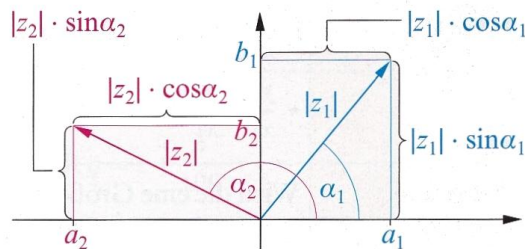


Zahlenbereiche

	Ausführbarkeit von Rechenoperationen	Darstellung auf einer Zahlengeraden
Natürliche Zahlen $\mathbb{N}$	Addition und Multiplikation sind stets ausführbar. Subtraktion und Division nicht immer.	Den natürlichen Zahlen entsprechen einzelne Punkte im Abstand von 1 auf dem Zahlenstrahl (ab 0). Jede Zahl (außer 0) hat einen Vorgänger und einen Nachfolger.
Ganze Zahlen $\mathbb{Z}$	Addition, Subtraktion und Multiplikation sind stets ausführbar, Division nicht immer.	Den ganzen Zahlen entsprechen einzelne Punkte im Abstand von 1 auf der Zahlengeraden. Jede Zahl (auch 0) hat einen Vorgänger und einen Nachfolger. Die zu einer Zahl a entgegengesetzte Zahl ist $-a$ (durch Punktspiegelung von a an 0)
Bruchzahlen $\mathbb{Q}_{\geq 0}$	Addition, Multiplikation und Division (außer durch 0) sind stets ausführbar, Subtraktion nicht immer. Bruchzahlen können auch durch (endliche bzw. periodische) Dezimalbrüche dargestellt werden.	Die gebrochenen Zahlen liegen dicht auf dem Zahlenstrahl (ab 0), es gibt aber Punkte, zu denen keine gebrochene Zahl gehört (Lücken auf der Zahlengeraden).
Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$	Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (außer durch 0) sind stets ausführbar, Wurzelziehen nicht immer (Wurzeln die nicht als Bruchzahl darstellbar sind).	Die rationalen Zahlen liegen dicht auf dem Zahlenstrahl (ab 0), es gibt aber Punkte, zu denen keine rationale Zahl gehört (Lücken auf der Zahlengeraden).
Reelle Zahlen $\mathbb{R}$	Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (außer durch 0) sind stets ausführbar, Wurzeln aus positiven, reellen Zahlen können stets gezogen werden.	Jedem Punkt auf der Zahlengeraden entspricht genau eine reelle Zahl.
Komplexe Zahlen $\mathbb{C}$	Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (außer durch 0) und Radizieren (Wurzelziehen) sind stets ausführbar.	Die komplexen Zahlen können nicht mehr auf einer Zahlengerade, sondern in der Gauß'schen Zahlenebene dargestellt werden. (siehe unten)

Komplexe Zahlen:

Komplexe Zahlen in Normalform	Der Bereich der komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ umfasst alle Zahlen der Form $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1$). a nennt man Realteil von z ($\operatorname{Re} z$) und b Imaginärteil von z ($\operatorname{Im} z$). Alle komplexen Zahlen mit $b = 0$ sind reelle Zahlen, also $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$. Alle komplexen Zahlen mit $a = 0$ und $b \neq 0$ sind imaginäre Zahlen. Die Zahl $z = a - bi$ heißt die zu $z = a + bi$ konjugiert komplexe Zahl.	Darstellung der komplexen Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene 
Rechenoperationen mit komplexen Zahlen in Normalform	Gegeben sind die komplexen Zahlen $z = a + bi$, $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$. • Gleichheit: z_1 und z_2 sind genau dann gleich, wenn $a_1 = a_2$ und $b_1 = b_2$. • Addition: $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i$ • Subtraktion: $z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) i$ • Multiplikation: $z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$ • Division: $z_1 : z_2 = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$ für $z_2 \neq 0 + 0i$ • Inverses: $\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$ für $z \neq 0 + 0i$ • Betrag: $z = \sqrt{a^2 + b^2}$	
Komplexe Zahlen in trigonometrischer Form	Wegen $z = r = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a = z \cdot \cos \alpha$ und $b = z \cdot \sin \alpha$ mit $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ folgt aus $z = a + bi$: $z = z \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha i$ $= z \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha i)$ $= r \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha i)$	
Rechenoperationen mit komplexen Zahlen in trigonometrischer Form	Gegeben sind die komplexen Zahlen $z = r \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha i)$, $z_1 = r_1 \cdot (\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1 i)$, $z_2 = r_2 \cdot (\cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 i)$. • Gleichheit: z_1 und z_2 sind genau dann gleich, wenn $r_1 = r_2$ und $\alpha_1 = \alpha_2$. • Addition: $z_1 + z_2 = (r_1 \cdot \cos \alpha_1 + r_2 \cdot \cos \alpha_2) + (r_1 \cdot \sin \alpha_1 + r_2 \cdot \sin \alpha_2) i$ • Subtraktion: $z_1 - z_2 = (r_1 \cdot \cos \alpha_1 - r_2 \cdot \cos \alpha_2) + (r_1 \cdot \sin \alpha_1 - r_2 \cdot \sin \alpha_2) i$ • Multiplikation: $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 [\cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \sin(\alpha_1 + \alpha_2) i]$ • Division: $z_1 : z_2 = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \sin(\alpha_1 - \alpha_2) i]$ für $z_2 \neq 0 + 0i$ • Inverses: $\frac{1}{z} = \frac{1}{r} [\cos \alpha - \sin \alpha i]$ für $z \neq 0 + 0i$ • Potenzieren: $z^n = r^n [\cos(n\alpha) + \sin(n\alpha) i]$ (Satz von de Moivre)	
Beispiel für die grafische Addition bzw. Subtraktion komplexer Zahlen	