

Mechanik

Entwicklung der Mechanik

- ältester Zweig der Physik
- Kinematik $\Rightarrow$ Bewegung
- Dynamik $\Rightarrow$ Kraft
- Statik $\Rightarrow$ Gleichgewicht
- Antike: Mechanik = Kunst die Natur zu überlisten
- mit Newton $\Rightarrow$ Beginn Entwicklung Mechanik zur physikalischen Disziplin
- Newton: mit der Aufstellung seiner Axiome schuf er Grundlagen der Dynamik des Massenpunktes

Energieerhaltungssatz

Entwicklung Energiebegriff

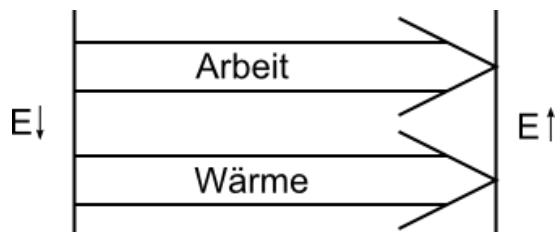
Perpetuum mobile: Maschine, die nach einmaliger Energiezufuhr fortwährend mechanische Arbeit verrichtet.

Energie

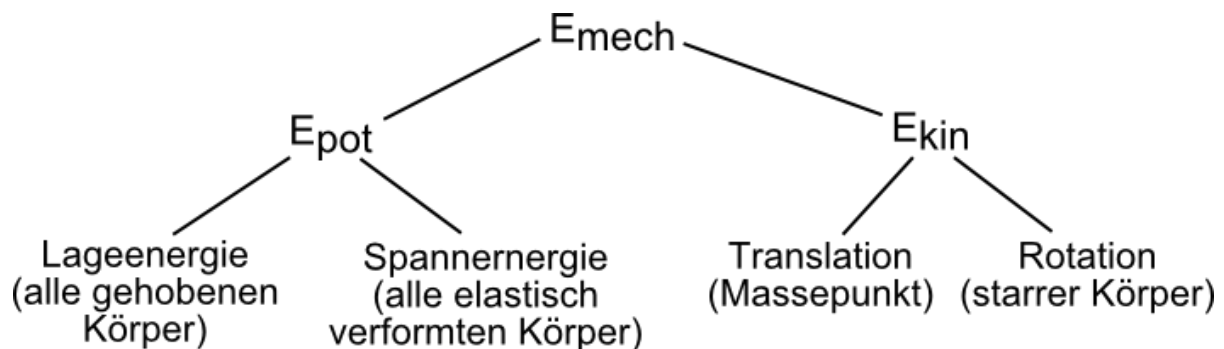
=ist die Fähigkeit, mechanische Arbeit zu verrichten, Wärme abzugeben oder Strahlung auszusenden

Formelzeichen: E

Einheit: $1\text{J} = 1\text{Nm} = 1\text{Ws}$



Zustandsgrößen	Prozessgrößen	Wechselwirkungsgröße
• Energie • Temperatur • Druck • Volumen	• Arbeit • Temperaturdifferenz • Wärme	• Kraft



Energieerhaltungssatz (qualitativ)

- Mayer: Energie kann nicht verschwinden oder neu entstehen
- Helmholtz: Energie kann nicht verschwinden oder neu entstehen. Energie kann immer nur von einer Energieform in eine andere umgewandelt werden oder von einem Körper auf einen anderen übertragen werden.

⇒ Unmöglichkeit des Perpetuum mobile 1. Art

Mechanische Arbeit

... wird verrichtet, wenn durch eine Kraft ein Körper bewegt oder verformt wird.

Formelzeichen: W

Einheit: $1\text{Nm} = 1\text{J}$

Gleichungen:

$W = F \cdot s \Rightarrow F = \text{konstant}; F \parallel s$

$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \Rightarrow F = \text{konstant}; \angle(F; s) \neq 0$

$W = 0,5 \cdot F \cdot s \Rightarrow F \neq \text{konstant}; F \parallel s$

allgemein: Die Fläche unter der Kurve im $F(s)$ -Diagramm ist ein Maß für die verrichtete Arbeit.

Energieänderung = verrichteter Arbeit

$$\Delta E = W$$

potenzielle Energie (Lageenergie) $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$	Hubarbeit $W = m \cdot g \cdot h$
kinetische Energie (Bewegungsenergie) $E_{\text{kin}} = 0,5 \cdot m \cdot v^2$ (Bedingung: $v_0 = 0$) allgemein: $E_{\text{kin}} = 0,5 \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)$	Beschleunigungsarbeit $W = m \cdot a \cdot s$
potenzielle Energie (Spannenergie) $E_{\text{pot}} = 0,5 \cdot D \cdot s^2$ (Bedingung: $s_0 = 0$)	Spannarbeit $W = 0,5 \cdot D \cdot s^2$
thermische Energie durch Reibung $E_{\text{th}} = \mu \cdot F_N \cdot s$	Reibungsarbeit $W = \mu \cdot F_N \cdot s$

Energieerhaltungssatz (quantitativ)

System	Masse	Energie
offenes System	Transport	Transport
geschlossenes System	kein Transport	Transport
abgeschlossenes System	kein Transport	kein Transport

abgeschlossenes System: Angabe der Körper, die in Betracht kommen; zu einem System zusammengefasst.

reibungsfreies System	System mit Reibung
Summe der mechanischen Energien ist konstant	Summe der mechanischen Energien und der thermischen Energie ist konstant
$E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{konstant}$	$E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{th}} = \text{konstant}$

Reibung

- bewegungshemmender Vorgang
- Reibungskraft wirkt Bewegungsrichtung entgegen
- Umwandlung mechanischer Energie in thermische Energie
- dabei wird Arbeit verrichtet
- Haftreibung $\Rightarrow$ Gleitreibung $\Rightarrow$ Rollreibung

$$W = F_R \cdot s = \mu \cdot F_N \cdot s$$

μ ... Reibungszahl

F_N ... Normalkraft (Kraft senkrecht zur Unterlage)

s ... zurückgelegter Weg

geneigte Ebene:

$$W_R = \mu \cdot F_G \cdot s \cdot \cos \alpha$$

$$W_R = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Luftreibung

$$F_R = 0,5 \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

c_w ... Luftwiderstandsbeiwert

ρ ... Dichte der Luft

A ... Querschnittsfläche

v ... Geschwindigkeit

Luftwiderstandsbeiwerte:

Tropfen: 0,1

Kugel: 0,4

Kreisscheibe: 1,1

Mechanische Leistung

Formelzeichen: P

$$\text{Einheit: } 1W = 1 \frac{J}{s}$$

$$\text{Berechnung: } P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

$$\text{ungleichmäßige Energieumsetzung: } \frac{\Delta E}{\Delta t} = \bar{P}$$

$$\text{Momentanleistung: } P(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = E(t)$$

Zusammenhang zwischen Leistung und Übertragungsgeschwindigkeit:

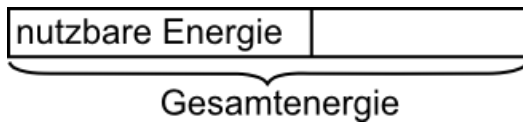
- Bewegung eines Körpers mit konstanter Kraft
- Arbeit: $W = F \cdot s$
- Energieänderung ΔE gleich verrichteter Arbeit W

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

Bedingung: gleichförmige Bewegung

Wirkungsgrad η

... gibt an, welcher Anteil der aufgewandten Energie in nutzbare Energie umgewandelt wurde.
... ist ein Maß für die Entwertung mechanischer Energie



$$\eta = \frac{E_{\text{nutzbar}}}{E_{\text{aufgebracht}}} = \frac{P_{\text{nutzbar}}}{P_{\text{aufgebracht}}}$$

Der Impuls

Alltag: Wucht, Schwung

Der Impuls ist das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit. Der Impuls ist eine vektorielle Größe.

Formelzeichen: p

Gleichung: $p = m \cdot v$ bzw. $p \rightarrow = m \cdot v \rightarrow$

Einheit: $1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 1 \text{Ns}$

Allgemeines Newton'sches Grundgesetz:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

($F \cdot \Delta t = \Delta p = S \dots$ Kraftstoß)

Impuls ist eine Erhaltungsgröße

Der Impulserhaltungssatz

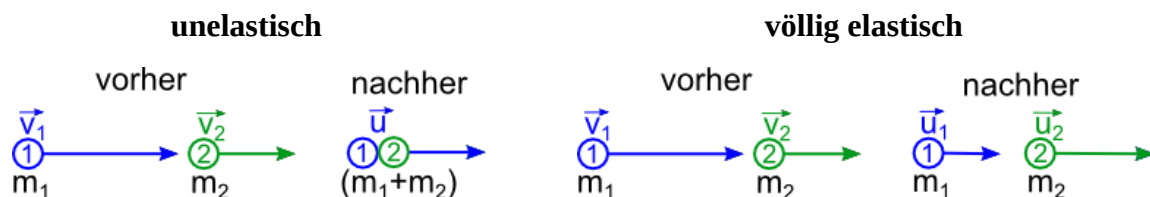
In einem abgeschlossenen System bleibt die (vektorielle) Summe aller Impulse gleich.

$$p_{A1} + p_{A2} + p_{A3} + \dots = p_{B1} + p_{B2} + p_{B3} + \dots$$

Stoßvorgänge



Beschränkung auf gerade zentrale Stoßvorgänge



- Impulserhaltungssatz gilt
- Energieerhaltungssatz (der Mechanik) gilt nicht

- Impulserhaltungssatz gilt
- Energieerhaltungssatz gilt

Unelastischer Stoß

Impulserhaltungssatz: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

Beachte: entgegengesetzte Geschwindigkeiten haben unterschiedliche Vorzeichen

Energiebilanz: $E_{\text{kin1}} + E_{\text{kin2}} > E_{\text{kinEnde}}$

Elastischer Stoß

Zweikörperproblem; gesucht sind Geschwindigkeit u_1 und u_2 nach dem Stoß

EES: $E_{\text{kin1vor}} + E_{\text{kin2vor}} = E_{\text{kin1nach}} + E_{\text{kin2nach}}$

$$(I) 0,5 \cdot m_1 \cdot v_1^2 + 0,5 \cdot m_2 \cdot v_2^2 = 0,5 \cdot m_1 \cdot u_1^2 + 0,5 \cdot m_2 \cdot u_2^2$$

IES: $p_{1\text{vor}} + p_{2\text{vor}} = p_{1\text{nach}} + p_{2\text{nach}}$

$$(II) m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

Sortieren nach den Körpern:

$$(I') m_1 \cdot v_1^2 - m_1 \cdot u_1^2 = m_2 \cdot u_2^2 - m_2 \cdot v_2^2$$

$$m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) = m_2 \cdot (u_2^2 - v_2^2) \Rightarrow 3. \text{ Binomische Formel}$$

$$(II') m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot u_1 = m_2 \cdot u_2 - m_2 \cdot v_2$$

$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2) \Rightarrow 3. \text{ Binomische Formel}$$

$$(I'') m_1 \cdot (v_1 + u_1) \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (u_2 + v_2) \cdot (u_2 - v_2)$$

Division von (I'') durch (II'):

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2$$

Summe der Geschwindigkeiten eines Körpers gleich der Summe der Geschwindigkeiten des anderen.

Ziel: u_1 berechnen

$u_2 = v_1 + u_1 - v_2$ in (II') einsetzen

$$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot u_1 = m_2 \cdot (v_1 + u_1 - v_2) - m_2 \cdot v_2$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot u_1 = m_2 \cdot v_1 + m_2 \cdot u_1 - m_2 \cdot v_2 - m_2 \cdot v_2$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_1$$

$$(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u_1$$

$$\Rightarrow u_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$